$$h'(x)=-2e^{-x}+(-2x-3)(-e^{-x})-\frac{2x+1}{x^2+x+1}$$
$$=e^{-x}(-2+2x+3)-\frac{2x+1}{x^2+x+1}$$
$$=(2x+1)e^{-x}-\frac{2x+1}{x^2+x+1}$$
$$=f(x)-g(x)$$

Donc $h'(x)=f(x)-g(x)$

On aura h est une primitive de $f-g$.

b) $A=\int_0^{\frac{1}{2}}|f(x)-g(x)|dx.\|\vec{i}\|.\|\vec{j}\|$

Comme : $\left[0,\frac{1}{2}\right]\subset\left[-\frac{1}{2},\alpha\right]$

Alors $f(x)-g(x)\geq 0$

Par suite :

$$A=\left(\int_0^{\frac{1}{2}}(f(x)-g(x))dx\right)\times 4cm^2$$

$$A=\left(\int_0^{\frac{1}{2}}h'(x)dx\right)v.a$$

$$=\left[h(x)\right]_0^{\frac{1}{2}}.4cm^2$$

$$=\left(h\left(\frac{1}{2}\right)-h(0)\right)\times 4cm^2$$

$$=\left[\left(-4e^{-\frac{1}{2}}-\ln\frac{7}{4}\right)-(-3-0)\right]\times 4cm^2$$

$$=\left[-\frac{4}{\sqrt{e}}-\ln\frac{7}{4}+3\right]\times 4cm^2$$

D'où $\boxed{A=\left(12-\frac{16}{\sqrt{e}}-4\ln\frac{7}{4}\right)cm^2}$

Exercice 16

I/ $g(x)=(1-x)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}_+$

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}-xe^{-x}$

$$=\lim_{X\to-\infty}e^X+Xe^X,(X=-x)$$
$$=0+0=0$$

2) a) $g'(x)=-e^{-x}+(1-x)(-e^{-x})$

$$g'(x)=e^{-x}(-1-1+x)$$
$$g'(x)=(x-2)e^{-x}$$

T.V:

X	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	↘	$-e^{-2}$	↗	0

On a: $g([0,2])=\left[-\frac{1}{e^2},1\right]$

Donc pour $0\leq x\leq 2$ on a: $g(x)\leq 1$

On a $g([2,+\infty[)=\left[-\frac{1}{e^2},0\right[$

Donc pour $x\geq 2$: $g(x)\leq 0\leq 1$

Conclusion : $\forall x\in[0,+\infty[:g(x)\leq 1$

II/ $f(x):\begin{cases}x\ln(-x), x<0\\ x(2-e^{-x}), x\geq 0\end{cases}$

1) $\lim\limits_{x\to0^-}x\ln(-x),(X=-x)$

$$=\lim_{X\to0^+}-X\ln X$$
$$=0=f(0)$$

Donc f est continue à gauche en 0.

Conclusion :

f est continue à en 0

2) a) */ $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x(2-e^{-x})}{x}$

$$=\lim_{x\to0^+}2-e^{-x}=1$$

Donc f est dérivable à droite en 0 et $f'_d(0)=1$.

*/ $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{x\ln(-x)}{x}$

$$=\lim_{x\to0^-}\ln(-x),(X=-x)$$
$$=\lim_{X\to0^+}\ln X=-\infty$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn